


## DEFINIREA ȘI UTILIZAREA VECTORILOR ȘI MATICELOR

### 1. Scopul lucrării

Lucrarea are ca scop definirea și utilizarea variabilelor vectori și matrice, cât și a operatorilor disponibili în produsul Mathcad, specifici acestor tipuri de variabile.

### 2. Noțiuni teoretice

Calculul vectorial și matriceal este bine implementat în Mathcad. Operatorii *Vectori și Matrice* pot fi utilizați pentru evaluarea expresiilor numerice sau analitice. În acest scop, a fost introdus instrumentul *Matrix* din bara de instrumente *Math*.

Apăsați butonul  din bara de instrumente *Math* pentru a deschide bara de instrumente *Matrix*, sau alegeți comanda *View > Toolbars > Matrix* din meniuri (Fig. 1).

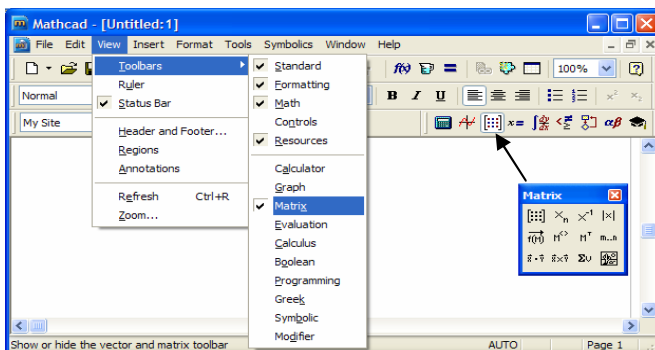



Fig. 1 Instrumental Matrix

Butoanele din bara de instrumente *Matrix* inserează operatori specifici matricelor (Tabelul 1). Pentru orice operator există comandă și de la tastatură.

Tabelul 1

Matrix	Operator	Semnificație	Tastatură
	create matrix	creare matrice	[Ctrl]M
	subscript	indice	
	inverse	inversa	$\wedge^{-1}$
	determinant and magnitude	determinant	
	vectorize	vectorizare funcții	[Ctrl]-
	column	coloana	[Ctrl]6
	transpose	transpusa	[Ctrl]1
	range variable	șir variabil	;
	inner (dot) product	produs scalar	*
	cross product	produs vectorial	[Ctrl]8
	vector sum	suma elementelor	[Ctrl]4
	picture display	pictură	[Ctrl]T
Nu sunt în bara de instrumente	addition	adunare	+
	subtraction	scădere	-
	multiplication	înmulțire	*
	powers of matrix	ridicare la putere	$\wedge$
	division	împărțire	/

## 2.1. Crearea vectorilor și matricelor

Pentru a defini o variabilă care să aibă dimensiune de vector sau matrice, în Mathcad există mai multe posibilități, și anume:

1. Se atribuie pe rând, unei variabile cu indice corespunzător, valorile vectorului sau matricei.

*Aplicație:*

- **Pentru vectori:**

$$\begin{aligned} x_1 &:= 1 \\ x_2 &:= 2, \text{ de unde rezultă vectorul } x = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}; \\ x_3 &:= 3 \end{aligned}$$

- **Pentru matrice** se definesc două dimensiuni:

Notatia:  $A_{i,j} := \text{valoare}$ , definește elementul din linia  $i$  coloana  $j$  a matricei  $A$ :

$$A_{1,1} := 1$$

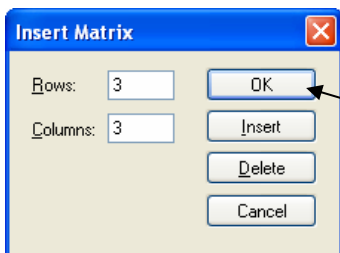
$$A_{1,2} := 2$$

$$A_{2,1} := 3$$

$$A_{2,2} := 4$$

Rezultă matricea:  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$

2. Se activează operatorul „create matrix” (creare matrice) din instrumentul *Matrix*, sau se tastează **[Ctrl]M**, sau se alege comanda *Insert > Matrix* din meniuri. Ca urmare, va apare o fereastră de dialog prin care se definește dimensiunea vectorului sau matricei. În locurile indicate se introduc valorile vectorului sau matricei.



$$\text{nume\_var} := \begin{pmatrix} \square & \square & \square \\ \square & \square & \square \\ \square & \square & \square \end{pmatrix}$$

3. Se atribuie vectorului sau matricei valorile conținute într-un fișier de date exterior.

Această variantă se aplică, în special, în cazurile când dimensiunile variabilelor sunt relativ mari sau când fișierele de date au rezultat din execuția unor programe de calcul.

Citirea și scrierea datelor din/în fișiere exterioare de tip ASCII se face prin utilizarea funcțiilor:

$\text{READPRN}(\text{"nume\_fișier"})$ , care returnează un vector sau matrice care conține valorile din fișierul ASCII.

WRITEPRN("nume\_fișier"), care scrie conținutul vectorului sau matricei într-un fișier exterior de tip ASCII.

APPENDPRN("nume\_fișier",M), care adaugă conținutul vectorului sau matricei  $M$  la sfârșitul fișierului ASCII.

*Numele fișierului exterior se precizează cu întreaga cale de căutare sau, dacă se precizează numai numele fișierului exterior, acesta se află în același director cu documentul Mathcad care îl apelează.*

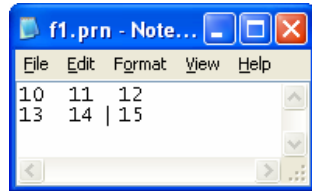
*Aplicații:*

1) Să se atribuie variabilei  $y$  valorile conținute în fișierul exterior cu numele  $f1.prn$ :

$y := \text{READPRN}("f1.prn")$

Rezultă variabila  $y$ :

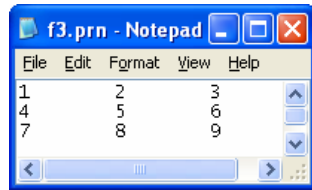
$$y = \begin{pmatrix} 10 & 11 & 12 \\ 13 & 14 & 15 \end{pmatrix}$$



2) Să se scrie valorile conținute în matricea  $b$  într-un fișier exterior cu numele  $f3.prn$ :

$$b := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$

$\text{WRITEPRN}("f3.prn") := b$

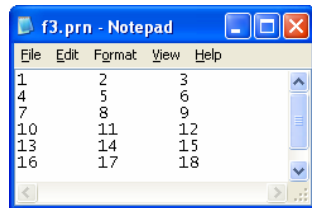


Rezultă fișierul exterior  $f3.prn$  care conține valorile matricei  $b$ .

3) Să se adauge la sfârșitul fișierului  $f3.prn$  valorile matricei  $c$ :

$$c := \begin{pmatrix} 10 & 11 & 12 \\ 13 & 14 & 15 \\ 16 & 17 & 18 \end{pmatrix}$$

$\text{APPENDPRN}("f3.prn") := c$



4) Generarea unui șir care să conțină valorile unei funcții dintr-un interval specificat

Fie funcția:  $f(x) := e^{-\left(\frac{1}{2}x^2\right)}$  și intervalul  $[-5, 5]$ .

Șirul de valori pentru intervalul dat se definește astfel:  
 $r := -5, -5+1.111..5$ , unde s-a considerat numărul de diviziuni al intervalului, 10.

Rezultă șirul de valori pentru interval și pentru funcție:

$r$	$f(r)$
-5	0.0000037
-3.889	0.00052
-2.778	0.0211097
-1.667	0.2493522
-0.556	0.8569969
0.556	0.8569969
1.667	0.2493522
2.778	0.0211097
3.889	0.00052
5	0.0000037

*În mod implicit, valoarea inițială a indicelui unui vector este 0 (zero). Această valoare poate fi schimbată atribuind variabilei Mathcad ORIGIN altă valoare, de obicei 1 (ORIGIN:=1).*

## 2.2. Calcul vectorial și matriceal

Calculul vectorial și matriceal este bine implementat în Mathcad, operațiile cu vectori și matrice efectuându-se scriind comenzi apropiate de scrierea matematică obișnuită.

### 2.2.1. Produsul scalar a doi vectori

Pentru a calcula produsul scalar se folosește secvența:

- se definesc cei doi vectori  $\mathbf{u}$  și  $\mathbf{v}$ ,
- cu comanda  $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}$ , sau cu operatorul  $\vec{x} \cdot \vec{y}$  din instrumentul *Matrix*,

urmat de semnul =, se obține rezultatul.

*Aplicație:*

$$\text{Se definesc vectorii: } u := \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}; \quad v := \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix},$$

rezultă produsul scalar:  $u \cdot v = 16$ .

### 2.2.2. Produsul vectorial a doi vectori

Calculul produsului vectorial este similar produsului scalar, cu deosebirea că, se folosește operatorul  $\vec{x} \times \vec{y}$  din instrumentul *Matrix*.

*Aplicație:*

Se definesc vectorii:  $u := \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ ;  $v := \begin{pmatrix} 2 \\ -5 \\ 3 \end{pmatrix}$ , produsul vectorial este:

$$u \times v = \begin{pmatrix} 21 \\ 3 \\ -9 \end{pmatrix}.$$

2.2.3. *Transpusa, determinantul și inversa unei matrice*, se obțin cu operatorii  $M^T$ ,  $|x|$ , respectiv  $X^{-1}$ , din instrumentul *Matrix*.

*Aplicație:*

$$A := \begin{pmatrix} 4 & 5 & 1 \\ 5 & 0 & -12 \\ -7 & 2 & 8 \end{pmatrix}$$

Rezultă:

$$A^T = \begin{pmatrix} 4 & 5 & -7 \\ 5 & 0 & 2 \\ 1 & -12 & 8 \end{pmatrix} \quad |A| = 326 \quad A^{-1} = \begin{pmatrix} 0.074 & -0.117 & -0.184 \\ 0.135 & 0.12 & 0.163 \\ 0.031 & -0.132 & -0.077 \end{pmatrix}$$

## 3. Chestiuni de studiat

3.1. Se dau vectorii:

$$v = \begin{pmatrix} 13 \\ -3 \\ 50 \end{pmatrix} \quad w = \begin{pmatrix} 33 \\ -6 + 2i \\ 82 \end{pmatrix}$$

- Să se efectueze următoarele operații pentru vectorii dați: produsul scalar; produsul vectorial; modulul vectorului  $w$ ; transpusele celor doi vectori; suma componentelor celor doi vectori.

- Să se determine funcțiile:  $\text{length}(v)$ ,  $\text{length}(w)$ ,  $\text{last}(v)$ ,  $\text{last}(w)$  (lungimea și respectiv, ultimul element al vectorului).

3.2. Se consideră matricea:

$$M := \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 2 \\ 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

Să se efectueze următoarele operații pentru matricea **M**: transpusa, determinantul, inversa,  $M^3$ .

3.3. Se consideră funcția:

$$f(x) := 2 \cdot x + x^3$$

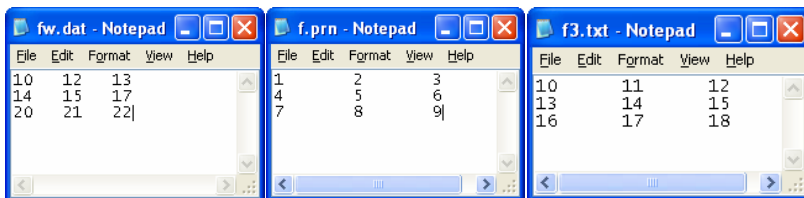
și matricele:

$$A := \begin{pmatrix} 4 & 5 & 1 \\ 5 & 0 & -12 \\ -7 & 2 & 8 \end{pmatrix} \quad B := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

- Să se calculeze:  $A^T$ ,  $B^T$ ,  $\overline{f(A)}$ ,  $\overline{f(B)}$ ,  $|A|$ ,  $|B|$ ,  $A \cdot B$ ;  $B \cdot A$ ,  $A^{<1>}$ ,  $A \cdot A^{<1>}$ .

- Să se determine funcțiile: **cols**, **rows**, **min**, **max** pentru matricele **A** și **B**.

3.4. Să se atribuiască variabilelor **x**, **y**, **z** valorile conținute în următoarele fișiere de date:



3.5. Să se scrie într-un fișier exterior valorile conținute în variabila **x**:

$$x := \begin{pmatrix} 10 & 11 & 12 \\ 13 & 14 & 15 \\ 16 & 17 & 18 \end{pmatrix}$$

**3.6.** Să se adauge la sfârșitul fișierului creat la §3.5, valorile conținute în variabila  $y$ .

$$y := \begin{pmatrix} 19 & 20 & 21 \\ 22 & 23 & 24 \\ 25 & 26 & 27 \end{pmatrix}$$

## 4. Modul de lucru

**4.1.** Utilizând noțiunile teoretice prezentate în §2.2. și operatorii din instrumentul *Matrix* se vor efectua calculele de la §3.1 ÷ §3.3.

**4.2.** Pentru a rezolva cerințele §3.4÷§3.6. se vor utiliza noțiunile definite în §2.1.

## 5. Conținutul referatului

Referatul trebuie să conțină:

- Titlul și scopul lucrării
- Noțiuni teoretice
- Chestiuni de studiat
- Rezultatele obținute și observații personale.